

# Algoritmos de modulación para motores *brushless*

## Comparativa entre SPWM, SPWM con inyección del tercer armónico y SVPWM

Albert Torné Ficapal  
[atorne@ingenia-cat.com](mailto:atorne@ingenia-cat.com)

Ingenia-CAT - Motion control department  
C/Llacuna 162, Barcelona - Spain

**Abstract**- Este artículo se centra en las distintas técnicas de modulación de anchura de pulso PWM (*pulse width modulation*) que hoy en día se utilizan para la excitación de motores *brushless* de baja y media potencia mediante inversores DC/AC. Se comentan las limitaciones de las modulaciones *sine* PWM, PWM con inyección del tercer armónico y *space vector* PWM. Además, se compara la modulación *sine* PWM con la excitación *six-steps*. Finalmente, se compara la tensión de bus útil en las distintas modulaciones objeto de este artículo.

**Keywords** : *Pulse width modulation*, PWM, modulación, *space vector pulse width modulation*, SVPWM, *field oriented control*, FOC, tercer armónico, distorsión armónica, *total harmonic distortion*, THD, inversor, ondulador, *digital signal processor*, DSP, *brushless*, driver.

### I. INTRODUCCIÓN

Los motores *brushless* de tres fases en estrella y conmutación sinusoidal cuentan típicamente con tres bobinados, desfasados entre ellos  $2\pi/3$ , tal como se muestra esquemáticamente en la Figura I-1.

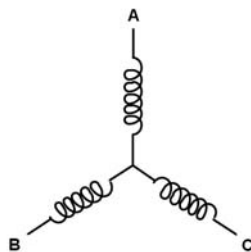


Figura I-1. Esquema de motor *brushless* de tres fases.

En este tipo de motores *brushless* cada bobina se excita con tensiones sinusoidales de igual magnitud y desfase idéntico al desfase físico entre las bobinas. Estas tensiones quedan definidas por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}V_a &= \frac{1}{2} V_{bus} \sin(2\pi f_e t) \\V_b &= \frac{1}{2} V_{bus} \sin(2\pi f_e t - 2\pi/3) \\V_c &= \frac{1}{2} V_{bus} \sin(2\pi f_e t - 4\pi/3)\end{aligned}$$

Siendo  $V_{bus}$  la tensión de pico a pico y  $f_e$  la frecuencia de la tensión sinusoidal que se aplica a cada bobinado.

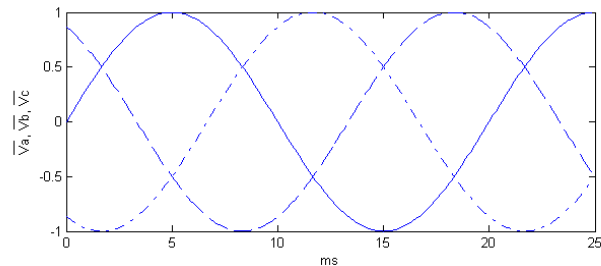


Figura I-2: Voltajes normalizados en las bobinas A, B y C correspondientes a una frecuencia eléctrica de 50Hz

Ello produce una frecuencia de rotación mecánica ( $f_m$ ):

$$f_m = f_e / N$$

Siendo  $N$  el número de pares de polos del motor.

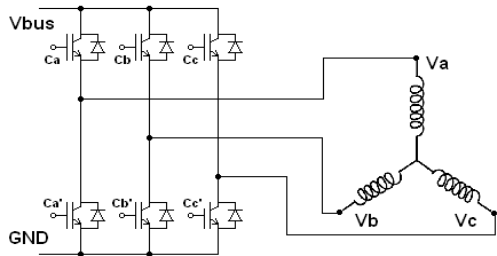
La generación de estas tensiones se lleva a cabo mediante un inversor, también denominado convertidor DC/AC variable en frecuencia.

Una posible implementación del mismo se basa en amplificadores operacionales de potencia trabajando en zona lineal. Esta técnica es ineficiente y la potencia disipada en los amplificadores operacionales lineales hace únicamente posible su utilización en aplicaciones de muy baja potencia.

En aplicaciones en que sea necesaria una mayor potencia, la tensión sinusoidal se consigue a través de técnicas de modulación las cuales utilizan, semiconductores (BJTs, FETs, IGBTs, tiristores, etc.) trabajando en zona de corte y saturación. Por esta razón habitualmente suele denominarseles conmutadores de estado sólido.

La principal ventaja de trabajar en estas zonas respecto a la zona activa es la menor disipación del semiconductor, permitiendo un mayor aprovechamiento de la energía, a la vez que mayores corrientes de excitación de las bobinas.

Existen diversas topologías de inversores DC/AC. Este artículo se centra en los inversores mononivel – es decir, con una única tensión de bus– basados en transistores. La Figura I-3 muestra el conexionado de un inversor mononivel trifásico al bobinado del motor.



**Figura I-3: Conexionado del motor al inversor**

Las señales de control de cada rama del inversor ( $C_x$ ,  $C_x'$ ) permiten la conexión de la bobina correspondiente a la tensión  $V_{bus}$  o  $GND$ . Estas señales de control son complementarias. Es decir, la señal aplicada a  $C_x$  es lógicamente inversa a  $C_x'$ .

Dependiendo de la tecnología utilizada en los conmutadores debe existir un instante, denominado tiempo muerto, en que se desactiven ambas señales. Ello permite el paso entre zona de saturación a zona de corte evitando que fluya corriente desde  $V_{bus}$  a  $GND$  directamente a través de cada rama del inversor. La influencia de este tiempo muerto no entra en el alcance de este artículo y no se tendrá en cuenta al evaluar las diferentes modulaciones. El lector interesado puede encontrar información adicional en las referencias [1]-[2].

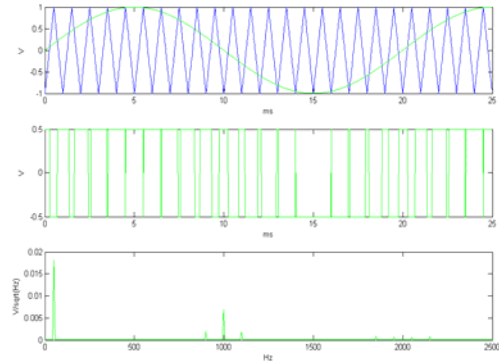
En los próximos capítulos se comentan las distintas técnicas de modulación que permiten generar las señales de control  $C_x$  y  $C_x'$ .

## II. TÉCNICAS DE MODULACIÓN Y EXCITACIÓN

### II.1. SPWM

La SPWM (*Sine Pulse Width Modulation*) es una de las modulaciones más utilizadas actualmente. También se conoce habitualmente como PWM, y es una técnica en la que se modifica el ciclo de trabajo de una señal periódica.

Para su generación se compara la senoide deseada con una señal triangular de frecuencia muy superior (ver Figura II-1) y se genera a la salida una señal bipolar en función de cual sea la mayor de las dos señales de entrada. Cuanto mayor sea el ratio entre la frecuencia de la senoide deseada con la de referencia, mayor será la separación frecuencial de los armónicos no deseados respecto al principal.



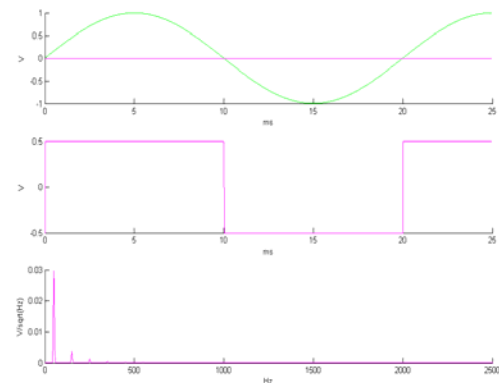
**Figura II-1: a) Sinusoide deseada ( $f_e=50\text{Hz}$ ) y señal triangular de referencia ( $f_r=1\text{KHz}$ ) b) PWM c) Espectro de la señal modulada.**

A través del análisis espectral se observa que la señal PWM contiene la misma información frecuencial que la señal deseada ( $f_e$ ), así como alias de la misma a las frecuencias  $kf_i$  y  $kf_i+k_e f_e$ , siendo  $k_x$  números enteros. La señal útil, también llamada armónico principal, es aquella con frecuencia igual a la deseada. El resto de armónicos son considerados distorsión armónica (THD o *total harmonic distorsion*).

En la Figura II-1b puede verse que la amplitud máxima de línea en la señal PWM es  $\frac{1}{2} V_{bus}$ .

### II.2. SIX-STEPS

La excitación *six-steps* es una particularización de la modulación PWM en la que cambia la señal triangular de referencia por una constante con el mismo valor que la media de la senoide deseada. En este caso no existe modulación. La Figura II-2 muestra la senoide deseada, y la señal generada, que es una señal cuadrada con la misma frecuencia fundamental que la senoide deseada.



**Figura II-2: a) Sinusoide deseada ( $f_e=50\text{Hz}$ ) b) Fase c) Espectro de una fase.**

Por la amplitud de los armónicos puede apreciarse que la distorsión en este caso es mayor que en el caso del SPWM a bajas frecuencias. También, la amplitud del armónico fundamental es mayor que en el caso anterior.

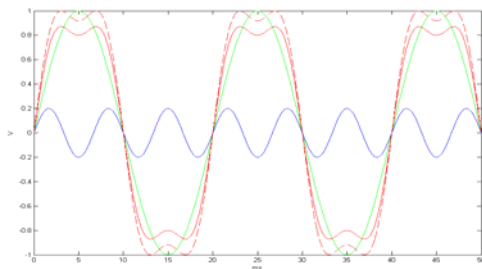
### II.3. PWM con inyección del tercer armónico

Existe una variante del PWM que consiste en inyectar el tercer armónico a la señal deseada con la que se compara la señal triangular. Este tercer armónico se anula entre las fases del motor trifásico, por lo que no introduce distorsión armónica. Además, este tercer armónico tiene la propiedad de ser mínimo cuando el armónico principal es máximo. Esto permite, con el mismo margen dinámico de la tensión de bus, aumentar la potencia del armónico principal.

La señal cumplirá, por lo tanto, la siguiente ecuación:

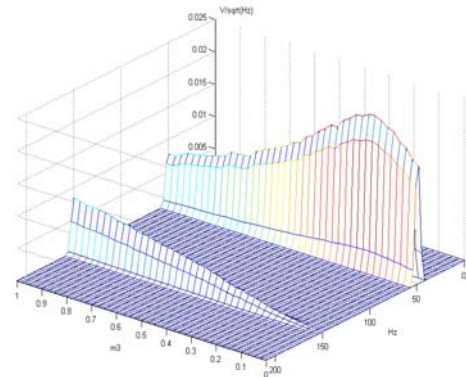
$$V_e = 1/V_{emax} (\sin(2\pi f_e t) + m_3 \sin(2\pi 3f_e t))$$

El factor  $1/V_{emax}$  normaliza el valor de pico de la señal deseada. El factor  $m_3$  es el índice de modulación del tercer armónico, e indica que potencia del mismo inyectamos a la señal. En el gráfico mostrado a continuación puede apreciarse que el factor de normalización es  $1/V_{emax} = 2/\sqrt{3} = 1/0.86 = 1.15$ . Por tanto, esta modulación aporta una ganancia de  $2/\sqrt{3}$  sobre el valor de pico de la tensión en el caso del PWM ( $1/2 V_{bus}$ ).



**Figura II-3: Armónico fundamental (verde), Tercer armónico (azul), Suma del armónico fundamental y tercer armónico (rojo); y normalización de la misma (rojo discontinuo)**

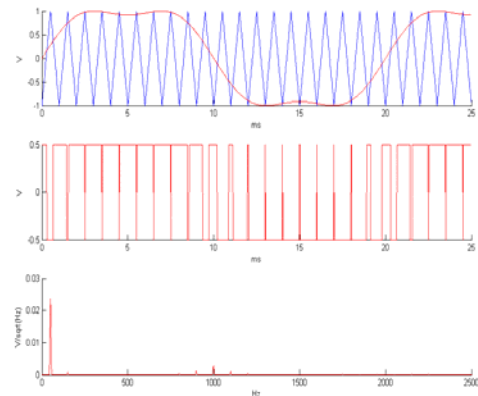
El valor del factor  $m_3$  determina, tal y como muestra la figura siguiente, el valor máximo del armónico principal. En efecto, en función de dicho valor, el factor de normalización  $1/V_{emax}$  deberá ajustarse para conseguir la tensión máxima de bus.



**Figura II-4: Armónico fundamental y tercer armónico en función del índice de modulación  $m_3$**

En la figura anterior se aprecia que para un índice de modulación  $m_3=1/5$  se obtiene la mayor potencia del armónico fundamental. Igualmente se observa la diferencia de potencia en el armónico fundamental en el caso de utilizar la modulación PWM tradicional ( $m_3=0$ ) o PWM con inyección del tercer armónico ( $m_3=1/5$ ).

En la Figura II-5 pueden observarse las señales de referencia, así como el PWM generado. Comparando el espectro con inyección del tercer armónico con el de SPWM (Figura II-1) se aprecia que tanto la componente armónica principal como la distorsión armónica total son mayores en SPWM.



**Figura II-5: a) Señal con inyección del tercer armónico ( $f_e=50\text{Hz}$ ,  $3f_e=150\text{Hz}$ ,  $m_3=1/5$ ) y señal triangular de referencia ( $f_f=1\text{KHz}$ ) b) PWM con inyección del tercer armónico c) Espectro de la señal modulada.**

### II.4. SVPWM

La modulación SVPWM (Space Vector PWM) es normalmente utilizada en conjunción con algoritmos como el control vectorial (*field oriented control* o FOC).

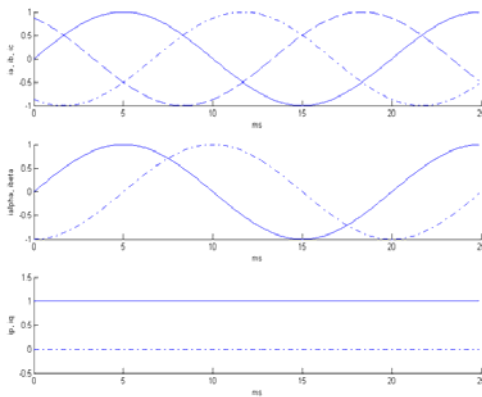
Esta modulación combina una THD igual a la de la modulación SPWM con un aprovechamiento de la

tensión de bus igual al de la modulación SPWM con inyección del tercer armónico.

El control vectorial utiliza la medida de las corrientes que circulan en cada bobina para determinar la posición del rotor del motor. Estas corrientes cumplen las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} I_a &= I_{bus} \sin(2\pi f_e t) \\ I_b &= I_{bus} \sin(2\pi f_e t - 2\pi/3) \\ I_c &= I_{bus} \sin(2\pi f_e t - 4\pi/3) \end{aligned}$$

Por el hecho de que estas corrientes están contenidas en un único plano, la definición de todas ellas puede hacerse en base a dos vectores ortonormales. La transformada de Clarke [3] nos transforma estas corrientes en el espacio ortonormal. Aplicando sobre éstas una transformación hacia un sistema rotacional mediante una transformada de Park, tenemos que la corriente de la componente en directa o en fase es cero, mientras que la corriente de la componente en cuadratura es constante (ver Figura II-6 y [3]).

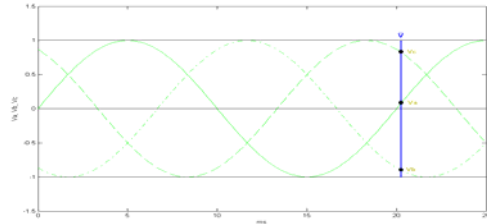
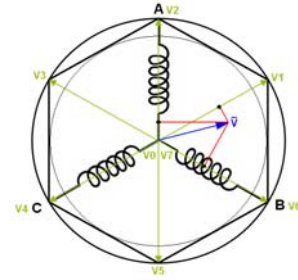


**Figura II-6: a) Corrientes en las bobinas b) Ortonormalización de las corrientes c) Transformación a un espacio rotacional**

En la modulación SVPWM, las tensiones de cada fase y las corrientes cumplen las mismas ecuaciones, razón por la cual únicamente una transformación es necesaria para realizar ambos algoritmos. Es posible relacionar directamente las tensiones en las bobinas con las componentes en fase y cuadratura.

$$\begin{pmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_d \\ V_q \end{pmatrix}$$

Por lo tanto, cualquier combinación de las tensiones  $V_a$ ,  $V_b$  y  $V_c$  puede expresarse en el plano DQ. Haciendo el paso inverso, puede verse que cualquier vector  $v$  en el plano DQ equivale a las corrientes que deseamos aplicada a las bobinas  $V_a$ ,  $V_b$  y  $V_c$  (ver Figura II-7).



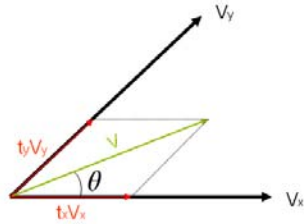
**Figura II-7: Representación del vector  $v$  en función de las tensiones en las bobinas A, B y C.**

El inversor trifásico mononivel mostrado en la Figura I-1 es capaz de generar los 6 vectores no nulos  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $v_3$ ,  $v_4$ ,  $v_5$  y  $v_6$ ; y dos vectores nulos ( $v_0$  y  $v_7$ ), representados en la Tabla II-1. Esto es así debido a que una de las tres ramas del inversor tiene dos estados (conectado a  $V_{bus}$  o conectado a  $GND$ ) y existen dos combinaciones (las tres ramas conectadas a  $V_{bus}$  o a  $GND$ ) que no crean diferencia de potencial entre las fases.

V	$C_a, C'_a$	$C_b, C'_b$	$C_c, C'_c$
$V_0$	0	0	0
$V_1$	0	0	1
$V_2$	0	1	1
$V_3$	0	1	0
$V_4$	1	1	0
$V_5$	1	0	0
$V_6$	1	0	1
$V_7$	1	1	1

**Tabla II-1: Estado de los conmutadores del inversor para un determinado vector.**

La modulación SVPWM se basa en la sintetización del vector deseado  $v$  mediante la combinación de vectores directamente sintetizables por el inversor  $v_x$  (ver Figura II-8). Una de las posibles técnicas para hacerlo, y que minimiza la frecuencia de conmutación de los semiconductores, es el método de Van Der Broek [4]. Dado un vector a sintetizar se busca el sector donde se encuentra. Este sector está delimitado por los vectores  $v_x$  y  $v_y$ .



**Figura II-8: Descomposición del vector  $v=(V,\theta)$  en suma de vectores  $v_x$  y  $v_y$ .**

Entonces, podemos expresar el vector a sintetizar  $v=(V,\theta)$  como:

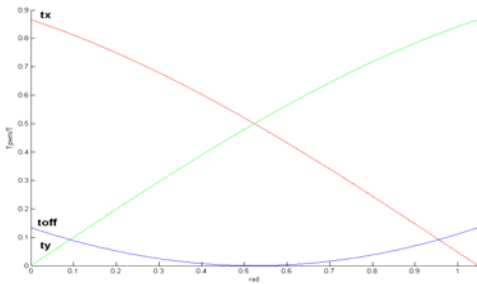
$$v = t_x v_x + t_y v_y + t_{off}$$

siendo:

$$t_x = V \sin(\theta) / \sin(\pi/3)$$

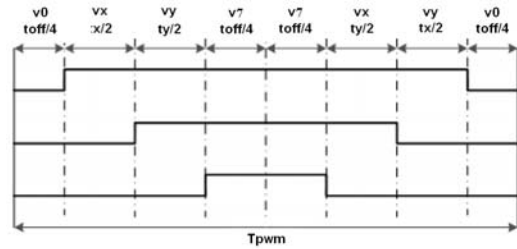
$$t_y = V \cos(\theta) - V \sin \theta \tan^{-1}(\pi/3)$$

La Figura II-9 muestra la evolución de los tiempos  $t_x$  y  $t_y$  para  $0 \leq \theta \leq \pi/3$ . La modulación SVPWM puede sintetizar cualquier vector en el círculo inscrito en el hexágono mostrado en la Figura II-7. Puede deducirse que el radio de dicha circunferencia es  $2/3 V_{bus} \cos(\pi/6) = V_{bus} / \sqrt{3}$ . Existe, por lo tanto, el mismo aprovechamiento de la tensión de bus que en el caso de la modulación PWM con inyección del tercer armónico.



**Figura II-9: Tiempo de aplicación de los vectores  $v_x$  y  $v_y$ .**

Una vez determinados los tiempos de aplicación, se excita convenientemente el inversor para generar los vectores  $v_x$  y  $v_y$  durante  $t_x$  y  $t_y$  respectivamente (ver Figura II-10). Debe notarse que existe un tiempo  $t_{off}$  en el que no se aplica ninguno de los vectores que delimitan el sector. Durante este tiempo se puede optar por aplicar equitativamente los vectores nulos  $v_0$  y  $v_7$ .



**Figura II-10: Tiempo de aplicación de los vectores.**

### III. CONCLUSIONES

A parte de la excitación *six-steps*, existen varias técnicas de modulación que permiten excitar un motor *brushless*. Comparado con la excitación *six-steps*, la modulación SPWM obtiene un menor aprovechamiento de la energía útil a cambio de una menor distorsión armónica. Aparecen, luego, las modulaciones PWM con inyección del tercer armónico y SVPWM. Ambas ofrecen, a cambio de un mayor número de cálculos, un mayor aprovechamiento de la tensión de bus. Además, estas modulaciones introducen menor distorsión armónica.

La aparición de DSPs de última generación especializados en el control de motores hace realizable, a bajo coste, las modulaciones PWM con tercer armónico y SVPWM. El mayor aprovechamiento de la energía se puede traducir, en el motor, en bobinados menos gruesos y menores superficies para la disipación del calor. Se puede concluir, pues, que la utilización de estas tecnologías contribuyen a un mayor rendimiento de la energía y miniaturización del dispositivo final.

### IV. REFERENCIAS

- [1] D. Leggate, R.J. Kerman, "Pulse based dead time compensator for PWM voltage inverters", Allen-Bradley Co.
- [2] J. Pedra, "Control del motor d'inducció considerant els límits del convertidor i del motor", UPC, tesi doctoral, 2000.
- [3] R. Juanpere, "Algoritmos de conmutación para motores brushless", ingenia-cat S.L., 2006.
- [4] H.W. Van Der Broeck, H. Skudelny, G.V. Stanke, "Analysis and realization of a pulsewidth modulator based on voltage space vectors". IEEE Transactions on Industry Applications, Vol.24, No.1, 142-150, 1988.